



casa do
concurseiro
sinta-se em casa para estudar conosco

MPRS
MINISTÉRIO PÚBLICO
Estado do Rio Grande do Sul

Agente Administrativo

Raciocínio Lógico-Matemático

Prof. Dudan

www.acasadoconcurseiro.com.br

A sua casa de preparação para concursos públicos.

Raciocínio Lógico-Matemático

Professor Dudan



CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números Naturais (\mathbb{N})

Definição: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Subconjuntos

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ naturais não nulos.

Números Inteiros (\mathbb{Z})

Definição: $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Subconjuntos

$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ inteiros não nulos.

$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ inteiros não negativos (naturais).

$\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ inteiros positivos.

$\mathbb{Z}_- = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0\}$ inteiros não positivos.

$\mathbb{Z}_-^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$ inteiros negativos.

O módulo de um número inteiro, ou valor absoluto, é a distância da origem a esse ponto representado na reta numerada. Assim, módulo de -4 é 4 e o módulo de 4 é também 4 .

$$|-4| = |4| = 4$$



Números Racionais (\mathbb{Q})

Definição: Será inicialmente descrito como o conjunto dos quocientes entre dois números inteiros.

$$\text{Logo } \mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Subconjuntos

\mathbb{Q}^* → racionais não nulos.

\mathbb{Q}_+ → racionais não negativos.

\mathbb{Q}_+^* → racionais positivos.

\mathbb{Q}_- → racionais não positivos.

\mathbb{Q}_-^* → racionais negativos.

Frações, Decimais e Fração Geratriz

Decimais exatos

$$\frac{2}{5} = 0,4 \quad \frac{1}{4} = 0,25$$

Decimais periódicos

$$\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,3\bar{3} \quad \frac{7}{9} = 0,777\dots = 0,7\bar{7}$$

Transformação de dízima periódica em fração geratriz

1. Escrever tudo na ordem, sem vírgula e sem repetir.
2. Subtrair o que não se repete, na ordem e sem vírgula.
3. No denominador:
 - Para cada item “periódico”, colocar um algarismo “9”;
 - Para cada intruso, se houver, colocar um algarismo “0”.

Exemplos

a) 0,333... Seguindo os passos descritos acima: $\frac{03 - 0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

b) 1,444... Seguindo os passos descritos acima: $\frac{14 - 1}{9} = \frac{13}{9}$

c) 1,232323... Seguindo os passos descritos acima: $\frac{123 - 1}{99} = 122/99$

d) 2,1343434... Seguindo os passos descritos acima: $\frac{2134 - 21}{990} = 2113/990$

Números Irracionais (I)

Definição: Todo número cuja representação decimal não é periódica.

Exemplos:

0,212112111... 1,203040... $\sqrt{2}$ π

Números Reais (\mathbb{R})

Definição: Conjunto formado pelos números racionais e pelos irracionais.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$, sendo $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

Subconjuntos

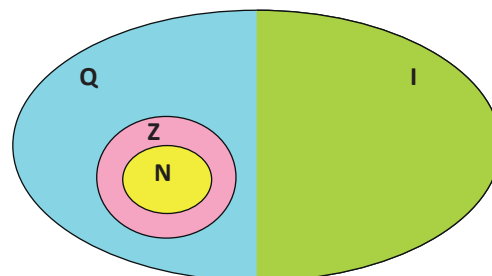
$\mathbb{R}^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\} \rightarrow$ reais não nulos

$\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\} \rightarrow$ reais não negativos

$\mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} \rightarrow$ reais positivos

$\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\} \rightarrow$ reais não positivos

$\mathbb{R}_-^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\} \rightarrow$ reais negativos



Números Complexos (\mathbb{C})

Definição: Todo número que pode ser escrito na forma $a + bi$, com a e b reais.

Exemplos:

3 + 2i - 3i - 2 + 7i 9
1,3 1,203040... $\sqrt{2}$ π

Resumindo:

Todo número é complexo.



Teoria dos Conjuntos (Linguagem dos Conjuntos)

Conjunto é um conceito primitivo, isto é, sem definição, que indica agrupamento de objetos, elementos, pessoas etc. Para nomear os conjuntos, usualmente são utilizadas letras maiúsculas do nosso alfabeto.

Representações:

Os conjuntos podem ser representados de três formas distintas:

I – Por enumeração (ou extensão): Nessa representação, o conjunto é apresentado pela citação de seus elementos entre chaves e separados por vírgula. Assim temos:

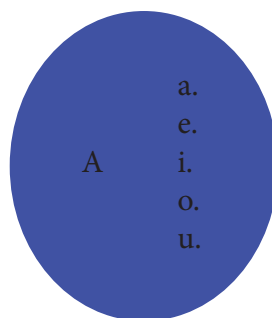
- O conjunto “**A**” das vogais -> $A = \{a, e, i, o, u\}$.
- O conjunto “**B**” dos números naturais menores que 5 -> $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
- O conjunto “**C**” dos estados da região Sul do Brasil -> $C = \{RS, SC, PR\}$

II – Por propriedade (ou compreensão): Nesta representação, o conjunto é apresentado por uma lei de formação que caracteriza todos os seus elementos. Assim, o conjunto “**A**” das vogais é dado por $A = \{x / x \text{ é vogal do alfabeto}\}$ -> (Lê-se: A é o conjunto dos elementos x, tal que x é uma vogal).

Outros exemplos:

- $B = \{x/x \text{ é número natural menor que } 5\}$
- $C = \{x/x \text{ é estado da região Sul do Brasil}\}$

III – Por Diagrama de Venn: Nessa representação, o conjunto é apresentado por meio de uma linha fechada, de tal forma que todos os seus elementos estejam no seu interior. Assim, o conjunto “**A**” das vogais é dado por:



Classificação dos Conjuntos

Vejamos a classificação de alguns conjuntos:

- **Conjunto Unitário:** possui apenas um elemento. Exemplo: o conjunto formado pelos números primos e pares.
- **Conjunto Vazio:** não possui elementos, é representado por \emptyset ou, mais raramente, por $\{ \}$. Exemplo: um conjunto formado por elemento par, primo e diferente de 2.

- **Conjunto Universo (U):** possui todos os elementos necessários para realização de um estudo (pesquisa, entrevista etc.)
- **Conjunto Finito:** um conjunto é finito quando seus elementos podem ser contados um a um, do primeiro ao último, e o processo chega ao fim. Indica-se $n(A)$ o número (quantidade) de elementos do conjunto "A".
Exemplo: $A = \{1, 4, 7, 10\}$ é finito e $n(A) = 4$
- **Conjunto Infinito:** um conjunto é infinito quando não é possível contar seus elementos do primeiro ao último.

Relação de Pertinência

É uma relação que estabelecemos entre elemento e conjunto, em que fazemos uso dos símbolos \in e \notin .

Exemplo:

Fazendo uso dos símbolos \in ou \notin , estabeleça a relação entre elemento e conjunto:

- a) $10 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}$
- b) $-4 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}$
- c) $0,5 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{I}$
- d) $-12,3 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$
- e) $0,1212... \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}$
- f) $\sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{I}$
- g) $\sqrt{-16} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{R}$

Relação de Inclusão

É uma relação que estabelecemos entre dois conjuntos. Para essa relação fazemos uso dos símbolos \subset , $\not\subset$, \supset e $\not\supset$.

Exemplos:

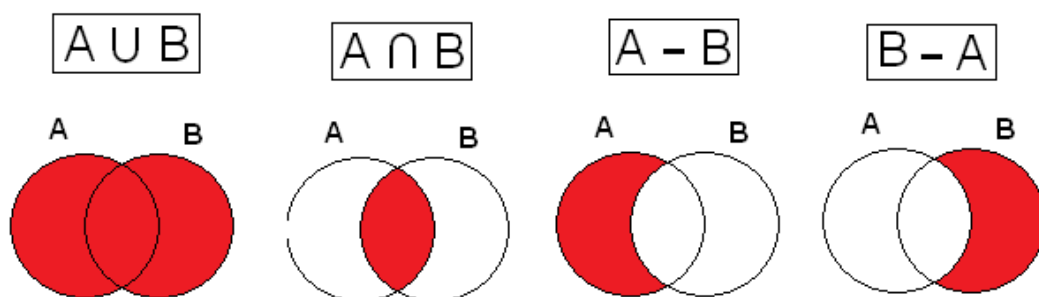
Fazendo uso dos símbolos de inclusão, estabeleça a relação entre os conjuntos:

\mathbb{N} _____ \mathbb{Z}
 \mathbb{Q} _____ \mathbb{N}
 \mathbb{R} _____ \mathbb{I}
 \mathbb{I} _____ \mathbb{Q}

Observações:

- Dizemos que um conjunto “B” é um subconjunto ou parte do conjunto “A” se, e somente se, $B \subset A$.
- Dois conjuntos “A” e “B” são iguais se, e somente se, $A \subset B$ e $B \subset A$.
- Dados os conjuntos “A”, “B” e “C”, temos que: se $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$.
- O total de subconjuntos é dado por 2^e , onde “e” é o número de elementos do conjunto. Exemplo: o conjunto $A = \{1,2,3,4\}$ possui 16 subconjuntos, pois $2^4 = 16$.

União, Intersecção e Diferença entre Conjuntos



Exemplos:

Dados os conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ e $C = \{2, 5, 10\}$. Determine:

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $A - B$
- $B - A$
- $A \cap B \cap C$
- $A \cup B \cup C$

Faça você

1. Assinale V para as verdadeiras e F para as falsas:

- () $0,333... \in \mathbb{Z}$ () $0 \in \mathbb{Q}^*$ () $-3 \in \mathbb{Q}^+$
 () $-3,2 \in \mathbb{Z}$ () $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ () $0,3444... \in \mathbb{Q}^*$
 () $0,72 \in \mathbb{N}$ () $1,999... \in \mathbb{N}$ () $62 \in \mathbb{Q}$
 () $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$

2. Entre os conjuntos abaixo, o único formado apenas por números racionais é:

- a) $\{\pi, \sqrt{4}, -3\}$
 b) $\left\{\sqrt{\frac{1}{4}}, -1,777..., -\frac{3}{6}\right\}$
 c) $\{-\sqrt{2}, \pi, \sqrt[3]{-3}\}$
 d) $\{1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}\}$
 e) $\{\sqrt{4}, \sqrt{6}, \sqrt{9}\}$

3. Observe os seguintes números.

I – 7,32333435...

II – $\frac{\pi}{5}$

III – 1,121212...

IV – 1,323334

V – $\sqrt{-4}$

Assinale a alternativa que identifica os números irracionais.

- a) I e II
 b) I e IV
 c) II e III
 d) II e V

4. Se $a = \sqrt{5}$, $b = \frac{33}{25}$, e $c = 1,323232\dots$, a afirmativa verdadeira é:
- $a < c < b$
 - $a < b < c$
 - $c < a < b$
 - $b < a < c$
 - $b < c < a$
5. Numa sala há n pessoas. Sabendo que 75 pessoas dessa sala gostam de matemática, 52 gostam de física, 30 pessoas gostam de ambas as matérias e 13 pessoas não gostam de nenhuma dessas matérias. É correto afirmar que n vale:
- 170
 - 160
 - 140
 - 100
 - 110
6. Um cursinho tem 700 alunos matriculados. Sabe-se que 350 leem o jornal Zero Hora, 230 leem o jornal Correio do Povo e 250 não leem jornal algum. Quantos alunos leem os dois jornais?
- 130
 - 220
 - 100
 - 120
 - 230
7. (Mackenzie) Numa escola há n alunos. Sabe-se que 56 alunos leem o jornal A, 21 leem os jornais A e B, 106 leem apenas um dos dois jornais e 66 não leem o jornal B. O valor de n é.
- 249.
 - 137.
 - 158.
 - 127
 - 183
8. Uma pesquisa encomendada sobre a preferência entre rádios numa determinada cidade obteve o seguinte resultado:
- 50 pessoas ouvem a rádio Riograndense.
 - 27 pessoas escutam tanto a rádio Riograndense quanto a rádio Gauchesca.
 - 100 pessoas ouvem apenas uma dessas rádios.
 - 43 pessoas não escutam a rádio Gauchesca.

O número de pessoas entrevistadas foi:

- a) 117
- b) 127
- c) 147
- d) 177
- e) 197

9. Uma pesquisa sobre inscrições em cursos de esportes tinha as seguintes opções: A (Natação), B (Alongamento) e C (Voleibol). E assim foi montada a seguinte tabela:

Cursos	Alunos
Apenas A	9
Apenas B	20
Apenas C	10
A e B	13
A e C	8
B e C	18
A, B e C	3

Analise as afirmativas seguintes com base nos dados apresentados na tabela.

1. 33 pessoas se inscreveram em pelo menos dois cursos.
2. 52 pessoas não se inscreveram no curso A.
3. 48 pessoas se inscreveram no curso B.
4. O total de inscritos nos cursos foi de 88 pessoas.

A alternativa que contém todas as afirmativas corretas é:

- a) 1 e 2
- b) 1 e 3
- c) 3 e 4
- d) 1, 2 e 3
- e) 2, 3 e 4

10. Um grupo de 82 pessoas foi a um restaurante. Sabe-se que: 46 comeram carne, 41 comeram peixe e 17 comeram outros pratos. O número de pessoas que comeram carne e peixe é:

- a) 21
- b) 22
- c) 23
- d) 24
- e) 25

Gabarito: 1. * 2. B 3. A 4. E 5. E 6. A 7. C 8. C 9. B 10. B



OPERAÇÕES MATEMÁTICAS

Observe que cada operação tem nomes especiais:

- **Adição:** $3 + 4 = 7$, onde os números 3 e 4 são as *parcelas* e o número 7 é a *soma ou total*.
- **Subtração:** $8 - 5 = 3$, onde o número 8 é o *minuendo*, o número 5 é o *subtraendo* e o número 3 é a *diferença*.
- **Multipliação:** $6 \times 5 = 30$, onde os números 6 e 5 são os *fatores* e o número 30 é o *produto*.
- **Divisão:** $10 \div 5 = 2$, onde 10 é o *dividendo*, 5 é o *divisor* e 2 é o *quociente*, neste caso o *resto* da divisão é ZERO.

Adição e Subtração

Regra de sinais

- **A soma de dois números positivos é um número positivo.**
 $(+ 3) + (+ 4) = + 7$, na prática eliminamos os parênteses. $+ 3 + 4 = + 7$
- **A soma de dois números negativos é um número negativo.**
 $(- 3) + (- 4) = - 7$, na prática eliminamos os parênteses. $- 3 - 4 = - 7$
- **Se adicionarmos dois números de sinais diferentes, subtraímos seus valores absolutos e damos o sinal do número que tiver o maior valor absoluto.**
 $(- 4) + (+ 5) = + 1$, na prática eliminamos os parênteses. $- 4 + 5 = 1$ assim, $6 - 8 = - 2$.
- **Se subtrairmos dois números inteiros, adicionamos ao 1º o oposto do 2º número.**
 $(+ 5) - (+ 2) = (+ 5) + (- 2) = + 3$, na prática eliminamos os parênteses escrevendo o oposto do segundo número, então: $+ 5 - 2 = + 3$ **(o oposto de + 2 é - 2)**
 $(- 9) - (- 3) = - 9 + 3 = - 6$
 $(- 8) - (+ 5) = - 8 - 5 = - 13$

DICA: Na adição e subtração, um número de sinal positivo representa “o que eu tenho de dinheiro” e um número de sinal negativo, “o que eu devo à alguém”, assim basta imaginar que você está acertando as contas.

Faça você

1. Calcule:

a) $-3 + 5 =$

b) $+43 - 21 =$

c) $-9 - 24 =$

d) $-25 + (-32) =$

e) $+5 - 14 =$

f) $+7 + (-4) =$

g) $-19 - (-15) =$

h) $+7 - (-2) =$

i) $+9 - 5 =$

j) $-8 + 4 + 5 =$

k) $-9 - 1 - 2 =$

l) $+(-6) - (+3) + 5 =$

2. Calcule:

a)
$$\begin{array}{r} 2085 \\ + 1463 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 700 \\ + 285 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 325 \\ - 248 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 2267 \\ + 317 \\ \hline \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} 715 \\ + 346 \\ \hline \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r} 987 \\ - 798 \\ \hline \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{r} 12358 \\ + 456 \\ \hline \end{array}$$

h)
$$\begin{array}{r} 23,45 \\ + 58,98 \\ \hline \end{array}$$

i)
$$\begin{array}{r} 546,2 \\ - 243,1 \\ \hline \end{array}$$

j)
$$\begin{array}{r} 2,345 \\ - 7,658 \\ \hline \end{array}$$

k)
$$\begin{array}{r} 123,34 \\ + 34,67 \\ \hline \end{array}$$

l)
$$\begin{array}{r} 345,87 \\ - 186,38 \\ \hline \end{array}$$

m)
$$\begin{array}{r} 12,34 \\ - 39,28 \\ \hline \end{array}$$

n)
$$\begin{array}{r} 234,54 \\ - 137,1 \\ \hline \end{array}$$

Multiplicação e Divisão

Regra de sinais

- Ao multiplicarmos ou dividirmos dois números de sinais positivos, o resultado é um número positivo.

Exemplos: **a)** $(+ 3) \times (+ 8) = + 24$

b) $(+12) \div (+ 2) = + 6$

- Ao multiplicarmos ou dividirmos dois números de sinais negativos, o resultado é um número positivo.

Exemplos: **a)** $(- 6) \times (- 5) = + 30$

b) $(- 9) \div (- 3) = + 3$

- Ao multiplicarmos ou dividirmos dois números de sinais diferentes, o resultado é um número negativo.

Exemplos: **a)** $(- 4) \times (+ 3) = - 12$

b) $(+ 16) \div (- 8) = - 2$

DICA: Na multiplicação/divisão quando os dois sinais forem iguais o resultado é (+) e quando forem diferentes o resultado é (-).

3. Calcule os produtos e os quocientes:

a) $(- 9) \times (- 3) =$

b) $4 \div (- 2) =$

c) $- 6 \times 9 =$

d) $(- 4) \div (- 4) =$

e) $12 \div (- 6) =$

f) $- 1 \times (- 14) =$

g) $(+ 7) \times (+ 2) =$

h) $(- 8) \div (- 4) =$

i) $- 5 \times (- 4) \div 2 =$

j) $8 \div (- 2) \div (+ 2) \div (- 2) =$



4. Efetue os cálculos a seguir:

a)
$$\begin{array}{r} 435 \\ \times 75 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 332 \\ \times 25 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 862 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} 32,7 \\ \times 12,6 \\ \hline \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{r} 15,25 \\ \times 1,7 \\ \hline \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{r} 85,32 \\ \times 1,35 \\ \hline \end{array}$$

h) $4862 \div 36$

i) $28,8 \div 4$

j) $1 \div 2,5$

k) $1,2 \div 0,24$

l) $65,3 \div 3,1$

m) $481 \div 37$

n) $800 \div 25$

o) $926 \div 13$

p) $6513 \div 13$

q) $721 \div 7$

r) $618 \div 50$

s) $2546 \div 32$

t) $3214 \div 25$

u) $1223,5 \div 25$

v) $3586,2 \div 32$

x) $1256 \div 12,5$

z) $402,21 \div 12$



Potenciação e Radiciação

- No exemplo $7^2 = 49$ temos que: 7 é a base, 2 é o expoente e 49 é a potência.
- A potência é uma multiplicação de fatores iguais: $7^2 = 7 \times 7 = 49$
- Todo número inteiro elevado a 1 é igual a ele mesmo:
Ex.: **a)** $(-4)^1 = -4$ **b)** $(+5)^1 = 5$
- Todo número inteiro elevado a zero é igual a 1.
Ex.: **a)** $(-8)^0 = 1$ **b)** $(+2)^0 = 1$
- No exemplo $\sqrt[3]{8} = 2$ temos que: 3 é o índice da raiz, 8 é o radicando, 2 é a raiz e o símbolo $\sqrt{\quad}$ é o radical.
Ex.: **a)** $5^2 = 25$ **b)** $2^3 = 8$ **c)** $3^4 = 81$
d) $\sqrt[4]{625} = 5$ **e)** $\sqrt{64} = 8$ **f)** $\sqrt[3]{27} = 3$

Regra de sinais

- **Expoente par com parênteses: a potência é sempre positiva.**
Exemplos: **a)** $(-2)^4 = 16$, porque $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$
b) $(+2)^2 = 4$, porque $(+2) \times (+2) = +4$
- **Expoente ímpar com parênteses: a potência terá o mesmo sinal da base.**
Exemplos: **a)** $(-2)^3 = -8$, porque $(-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
b) $(+2)^5 = +32$, porque $(+2) \times (+2) \times (+2) \times (+2) \times (+2) = +32$
- **Quando não tiver parênteses, conservamos o sinal da base independente do expoente.**
Exemplos: **a)** $-2^2 = -4$
b) $-2^3 = -8$
c) $+3^2 = 9$
d) $+5^3 = +125$

5. Calcule as potências:

a) $3^2 =$

b) $(-3)^2 =$

c) $-3^2 =$

d) $(+5)^3 =$

e) $(-6)^2 =$

f) $-4^3 =$

g) $(-1)^2 =$

h) $(+4)^2 =$

i) $(-5)^0 =$

j) $-7^2 =$

k) $(-2,1)^2 =$

l) $-1,1^3 =$

m) $(-8)^2 =$

n) $-8^2 =$

Propriedades da Potenciação

- **Produto de potência de mesma base:** Conserva-se a base e somam-se os expoentes.

Exemplos:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & a^3 \times a^4 \times a^2 = a^{3+4+2} = a^9 \\ \text{b)} \quad & (-5)^2 \times (-5) = (-5)^{2+1} = (-5)^3 = -125 \\ \text{c)} \quad & 3^{-2} \times 3 \times 3^5 = 3^{-2+1+5} = 3^4 = 81 \end{aligned}$$

- **Divisão de potências de mesma base:** Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.

Exemplos:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & b^5 \div b^2 = b^{5-2} = b^3 \\ \text{b)} \quad & (-2)^6 \div (-2)^4 = (-2)^{6-4} = (-2)^2 = +4 \\ \text{c)} \quad & (-19)^{15} \div (-19)^5 = (-19)^{15-5} = (-19)^{10} \end{aligned}$$

- **Potência de potência:** Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.

Exemplos:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6 \\ \text{b)} \quad & [(-2)^5]^2 = (-2)^{5 \times 2} = (-2)^{10} = 1024 \end{aligned}$$

- **Potência de um produto ou de um quociente:** Multiplica-se o expoente de cada um dos elementos da operação da multiplicação ou divisão pela potência indicada.

Exemplos:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & [(-5)^2 \times (+3)^4]^3 = (-5)^{2 \times 3} \times (+3)^{4 \times 3} = (-5)^6 \times (+3)^{12} \\ \text{b)} \quad & [(-2) \div (-3)^4]^2 = (-2)^{1 \times 2} \div (-3)^{4 \times 2} = (-2)^2 \div (-3)^8 \end{aligned}$$

Expressões numéricas

Para resolver expressões numéricas é preciso obedecer à seguinte ordem:

1º resolvemos as potenciações e radiciações na ordem em que aparecem.

2º resolvemos as multiplicações e divisões na ordem em que aparecem.

3º resolvemos as adições e subtrações na ordem em que aparecem.

Caso contenha sinais de associação:

1º resolvemos os parênteses ()

2º resolvemos os colchetes []

3º resolvemos as chaves { }



6. Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $6^2 \div 3^2 + 10^2 \div 50 =$

b) $20 + 2^3 \times 10 - 4^2 \div 2 =$

c) $3 + \sqrt[4]{16} - 1^5 + \sqrt{49} =$

d) $3^3 \div 27 \times 2^0 =$

e) $10^0 + 100^0 + 1000^0 =$

f) $5^2 - 5 \times 1^5 + 5^0 \times 5^3 =$

7. Calcule o valor numérico das expressões a seguir, sendo $a = 2$, $b = -3$ e $c = -4$.

a) $a^2b + c$

b) $a^2 + 3b^2 - c^2 =$

8. Elimine os sinais de associação e resolva as expressões numéricas a seguir:

a) $5 - \{-3(2^2 - 5) + 3^2 - 5\} \cdot 2 =$

b) $\{[(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \cdot 3] - 8\} =$

c) $\{10^2 + (5 - 4)^3 + 2^2\} \div 5 =$

d) $2 \times \{40 - [15 - (3^2 - 4)]\} =$

9. Aplique seus conhecimentos e calcule o valor das expressões numéricas. Observe as operações indicadas, a existência de sinais de associação e tenha cuidado com as potências.

a) $(-1 - 2 - 3 - 4 - 5) \div (+15) =$

b) $(8 + 10 \div 2 - 12) \div (-4 + 3) =$

c) $10^3 - (-10)^2 - 10^0 =$

d) $(-1)^8 + 6^0 - [15 + (-40) \div (-2)^3] =$

e) $-3 - \{-2 - [(-35) \div \sqrt{25 + 2^2}]\} =$

f) $4 - \{(-2)^2 \times (-3) - [-11 + (-3) \times (-4)] - (-1)\} =$

g) $14 - [(-1)^3 \times (-2)^2 + (-35) \div (+5)] =$

h) $-2 + \{-5 - [-2 - (-2)^3 - 3 - (3 - 2)^9] + 5\} =$

i) $\sqrt{64} - 2^2 - 2 - 2^0 =$

j) $-15 + 10 \div (2 - 7) =$

Gabarito: 6. a) 6 / b) 92 / c) 11 / d) 1 / e) 3 / f) 145 7. a) - 16 / b) 15 8. a) - 9 / b) 37 / c) 21 / d) 60 8. a) - 1 / b) - 1 / c) 899 / d) - 18 / e) - 4 / f) 16 / g) 25 / h) - 4 / i) 1 / j) - 17



Do Português para o Matematuquês

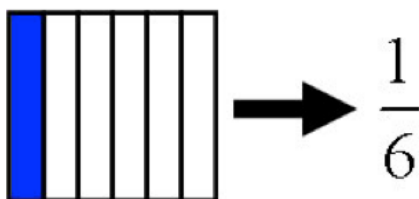
1. $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6} =$
2. Um número =
3. O dobro de um número =
4. A metade de um número =
5. O quadrado de um número =
6. A metade do quadrado de um número =
7. O quadrado da metade de um número =
8. A terça parte de um número =
9. O cubo de um número =
10. O cubo da terça parte de um número =
11. A terça parte do cubo de um número =
12. O triplo da metade de um número =
13. A metade do triplo de um número =
14. A quinta parte de um número =
15. A raiz quadrada de um número =
16. O oposto de um número =
17. O inverso de um número =
18. A razão entre a e b =
19. A razão entre b e a =
20. A diferença entre a e b =
21. A diferença entre b e a =
22. A razão entre o cubo de um número e o quadrado desse número =
23. Três números inteiros consecutivos =
24. Três números pares consecutivos =

FRAÇÕES

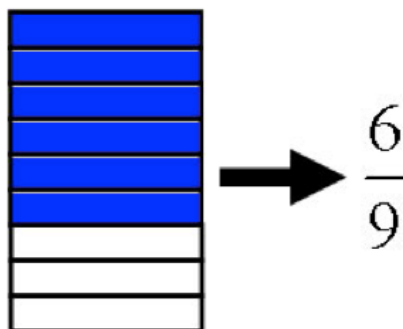
Definição

Fração é um modo de expressar uma quantidade a partir de uma razão de dois números inteiros. A palavra vem do latim fractus e significa "partido", dividido ou "quebrado (do verbo frangere: "quebrar").

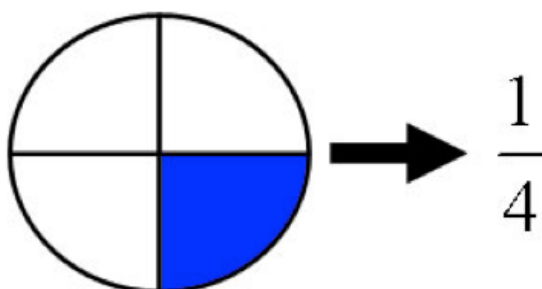
Também é considerada parte de um inteiro, que foi dividido em partes exatamente iguais. As frações são escritas na forma de números e na forma de desenhos. Observe alguns exemplos:



O inteiro foi dividido em 6 partes, onde 1 delas foi pintada.



O inteiro foi dividido em 9 partes, onde 6 foram pintadas.



O inteiro foi dividido em 4 partes, onde 1 fora pintada.

Na fração, a parte de cima é chamada de numerador e indica quantas partes do inteiro foram utilizadas.

A parte de baixo é chamada de denominador, que indica a quantidade máxima de partes em que fora dividido o inteiro e nunca pode ser zero.

$$\frac{2}{5} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$$

Ex.: Uma professora tem que dividir três folhas de papel de seda entre quatro alunos, como ela pode fazer isso?

Se cada aluno ficar com $\frac{3}{4}$ (lê-se três quartos) da folha. Ou seja, você vai dividir cada folha em 4 partes e distribuir 3 para cada aluno.

Assim, por exemplo, a fração $\frac{56}{8}$ (lê-se cinquenta e seis oitavos) designa o quociente de 56 por 8. Ela é igual a 7, pois $7 \times 8 = 56$.

Relação entre frações decimais e os números decimais

- Para transformar uma fração decimal em número decimal, escrevemos o numerador da fração e o separamos com uma vírgula deixando tantas casas decimais quanto forem os zeros do denominador.

Exemplo: a) $\frac{48}{10} = 4,8$ b) $\frac{365}{100} = 3,65$ c) $\frac{98}{1.000} = 0,098$ d) $\frac{678}{10} = 67,8$

- Para transformar um número decimal em uma fração decimal, colocamos no denominador tantos zeros quantos forem os números depois da vírgula do número decimal.

Exemplo: a) $43,7 = \frac{437}{10}$ b) $96,45 = \frac{9.645}{100}$ c) $0,04 = \frac{4}{100}$ d) $4,876 = \frac{4.876}{1.000}$

Simplificação de frações

- Para simplificar uma fração, divide-se o numerador e o denominador da fração por um mesmo número.

Exemplo:

a) $\frac{6}{14} \div \frac{2}{2} = \frac{3}{7}$

b) $\frac{40}{12} \div \frac{2}{2} = \frac{20}{6} \div \frac{2}{2} = \frac{10}{3}$ ou $\frac{40}{12} \div \frac{4}{4} = \frac{10}{3}$

- Quando o numerador é divisível pelo denominador efetua-se a divisão e se obtém um número inteiro.

Exemplo:

$$\text{a) } \frac{100}{-25} = -4$$

$$\text{b) } \frac{299}{23} = 13$$

Simplifique as frações, aplicando a regra de sinais da divisão:

$$\text{a) } -\frac{75}{50}$$

$$\text{b) } -\frac{48}{84}$$

$$\text{c) } -\frac{36}{2}$$

$$\text{d) } -\frac{10}{15}$$

Comparação entre Frações

Se duas frações possuem denominadores iguais, a maior fração é a que possui maior numerador. Por exemplo:

$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$$

Para estabelecer comparação entre frações, é preciso que elas tenham o mesmo denominador. Isso é obtido através do menor múltiplo comum.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} ? \frac{3}{7}$$

Na comparação entre frações com denominadores diferentes, devemos usar frações equivalentes a elas e de mesmo denominador, para assim compará-las.

O MMC entre 5 e 7 é 35, logo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} &= 7 \div 5 \times 2 = 14 \longrightarrow \frac{2}{5} = \frac{14}{35} \\ \frac{3}{7} &= 5 \div 7 \times 3 = 15 \longrightarrow \frac{3}{7} = \frac{15}{35} \end{aligned}$$

Assim temos que

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$$

Adição e Subtração

- Sendo os denominadores iguais, basta somar ou subtrair os numeradores e manter o denominador.



$$\frac{21}{6} - \frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{21-4+9}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

- Se os denominadores forem diferentes será necessário encontrar frações equivalentes (proporcionais) que sejam escritas no mesmo denominador comum. Usaremos o M.M.C , veja:

Exemplo:

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$$

O m.m.c de 3 e 5 é 15 , em seguida divide-se o m.m.c pelo denominador original de cada fração e multiplica o resultado pelo numerador, obtendo assim , uma fração equivalente.

Observe que com isso, temos:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \text{ e } \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$

Por fim efetuamos o cálculo:

$$\frac{10}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{2}{15}$$

Exemplo:

$$\frac{2}{9} + \frac{3}{6} = \frac{2 \times 2 + 3 \times 3}{18} = \frac{13}{18} \text{ (O MMC de 9 e 6 é 18)}$$

Exemplo: Calcule o valor das expressões e simplifique quando for possível:

a) $\frac{-3}{4} + \frac{2}{10} - \frac{5}{2} - \frac{5}{10}$

b) $\frac{7}{3} + 2 - \frac{1}{4}$

c) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right)$

d) $\frac{1}{2} + (-0,3)$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Para multiplicar frações basta multiplicar os numeradores entre si e fazer o mesmo entre os denominadores, independente se são iguais ou não.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Para dividir as frações, basta multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda fração.

Exemplo:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{-\frac{1}{2}}{+\frac{3}{5}} = -\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = -\frac{5}{6}$$

DICA

Dividir por um número é multiplicar pelo seu inverso!

Exemplos: Efetue e simplifique quando for possível:

$$\text{a) } \frac{4}{7} \div \left(-\frac{2}{5}\right) \quad \text{b) } \frac{1}{2} \left(\frac{-3}{4}\right)^2 \quad \text{c) } (-4) \div \left(\frac{-3}{8}\right) \quad \text{d) } \frac{-1 - \frac{1}{7}}{\frac{3}{6} - \left(\frac{-1}{3}\right)}$$

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO DE FRAÇÕES

Para elevarmos uma fração a uma determinada potência, basta aplicar a potência no numerador e também no denominador, respeitando as regras dos sinais da potenciação.

Exemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2^2}{3^2}\right) = \frac{4}{9} \quad \left(-\frac{4}{9}\right)^2 = \left(+\frac{4^2}{9^2}\right) = +\frac{16}{81}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3^3}{5^3}\right) = \frac{27}{125} \quad \left(-\frac{12}{8}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(+\frac{3^2}{2^2}\right) = \frac{9}{4}$$



- Um número racional negativo não tem raiz de índice par no conjunto Q, se o índice for ímpar pode ter raiz positiva ou negativa.

Exemplo: a) $\sqrt{-36} = \notin \mathbb{Q}$

b) $\sqrt[4]{-81} = \notin \mathbb{Q}$

- Já o índice ímpar admite raiz negativa em Q.

Exemplo: a) $\sqrt[3]{-64} = -4$, porque $(-4)^3 = -64$

b) $\sqrt[5]{-32} = -2$, porque $(-2)^5 = -32$

Caso seja necessário aplicar um radical numa fração, basta entender que: “a raiz da fração é a fração das raízes.”

Exemplos:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{0,01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{125}} = -\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = -\frac{2}{5}$$

Expoente negativo

Todo número diferente de zero elevado a um expoente negativo é igual ao inverso do mesmo número com expoente positivo.

Exemplo: a) $\frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

b) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

c) $\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{2}\right)^2 = +\frac{16}{4}$

Faça você:

- Calcule o valor das expressões:

a) $\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{-2}{6}\right)$

b) $\sqrt{\frac{3}{7} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}$

c) $\frac{\sqrt{9 - (-2)} + \left(\frac{1}{2}\right)^0}{(-2)^2 + (-3)}$

2. João e Tomás partiram um bolo retangular. João comeu a metade da terça parte e Tomás comeu a terça parte da metade. Quem comeu mais?
- a) João, porque a metade é maior que a terça parte.
 - b) Tomás.
 - c) Não se pode decidir porque não se conhece o tamanho do bolo.
 - d) Os dois comeram a mesma quantidade de bolo.
 - e) Não se pode decidir porque o bolo não é redondo.
3. Dividir um número por 0,0125 equivale a multiplicá-lo por:
- a) $\frac{1}{125}$
 - b) $\frac{1}{8}$
 - c) 8
 - d) 12,5
 - e) 80
4. O valor de $\frac{2}{(0,666\dots)}$ é:
- a) 0,333...
 - b) 1,333...
 - c) 3,333...
 - d) 3
 - e) 12

Gabarito: 1. * 2. D 3. E 4. D



DIVISORES E MÚLTIPLOS

Os múltiplos e divisores de um número estão relacionados entre si da seguinte forma:

Se 15 é divisível por 3, então 3 é divisor de 15, assim, 15 é múltiplo de 3.

Se 8 é divisível por 2, então 2 é divisor de 8, assim, 8 é múltiplo de 2.

Se 20 é divisível por 5, então 5 é divisor de 20, assim, 20 é múltiplo de 5.

Múltiplos de um Número Natural

Denominamos múltiplo de um número o produto desse número por um número natural qualquer. Um bom exemplo de números múltiplos é encontrado na tradicional tabuada.

Múltiplos de 2 (tabuada da multiplicação do número 2)

$$2 \times 0 = 0$$

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$2 \times 8 = 16$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$2 \times 10 = 20$$

E assim sucessivamente.

Múltiplos de 3 (tabuada da multiplicação do número 3)

$$3 \times 0 = 0$$

$$3 \times 1 = 3$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$3 \times 8 = 24$$



$$3 \times 9 = 27$$

$$3 \times 10 = 30$$

E assim sucessivamente.

Portanto, os múltiplos de 2 são: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 18, 20, ...

E os múltiplos de 3 são: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...

Divisores de um Número Natural

Um número é divisor de outro quando o resto da divisão for igual a 0. Portanto,

12 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

36 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

48 é divisível por 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 e 48.

Observações importantes:

- O menor divisor natural de um número é sempre o número 1.
- O maior divisor de um número é o próprio número.
- O zero não é divisor de nenhum número.
- Os divisores de um número formam um conjunto finito.

Principais Critérios de Divisibilidade

Dentre as propriedades operatórias existentes na Matemática, podemos ressaltar a divisão, que consiste em representar o número em partes menores e iguais.

Para que o processo da divisão ocorra normalmente, sem que o resultado seja um número não inteiro, precisamos estabelecer situações envolvendo algumas regras de divisibilidade. Lembrando que um número é considerado divisível por outro quando o resto da divisão entre eles é igual a zero.

Regras de divisibilidade

Divisibilidade por 1

Todo número é divisível por 1.

Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 quando ele termina em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, ou seja, quando ele é par.

Exemplos: 5.040 é divisível por 2, pois termina em 0.
237 não é divisível por 2, pois não é um número par.

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplo: 234 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é igual a $2 + 3 + 4 = 9$, e como 9 é divisível por 3, então 234 é divisível por 3.

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita for divisível por 4.

Exemplos: 1.800 é divisível por 4, pois termina em 00.
4.116 é divisível por 4, pois 16 é divisível por 4.
1.324 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4.
3.850 não é divisível por 4, pois não termina em 00 e 50 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em 0 ou 5.

Exemplos: 55 é divisível por 5, pois termina em 5.
90 é divisível por 5, pois termina em 0.
87 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.

Divisibilidade por 6

Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo.

Exemplos: 54 é divisível por 6, pois é par, logo divisível por 2 e a soma de seus algarismos é múltiplo de 3, logo ele é divisível por 3 também.
90 é divisível por 6, pelo mesmos motivos..
87 não é divisível por 6, pois não é divisível por 2.

Divisibilidade por 7

Um número é divisível por 7 quando estabelecida a diferença entre o dobro do seu último algarismo e os demais algarismos, encontramos um número divisível por 7.

Exemplos: $161 : 7 = 23$, pois $16 - 2.1 = 16 - 2 = 14$
 $203 : 7 = 29$, pois $20 - 2.3 = 20 - 6 = 14$
 $294 : 7 = 42$, pois $29 - 2.4 = 29 - 8 = 21$
 $840 : 7 = 120$, pois $84 - 2.0 = 84$

E o número 165928? Usando a regra : $16592 - 2.8 = 16592 - 16 = 16576$

Repetindo o processo: $16576 - 2.6 = 1657 - 12 = 1645$

Mais uma vez : $164 - 2.5 = 164 - 10 = 154$ e $15 - 2.4 = 15 - 8 = 7$

Logo 165928 é divisível por 7.

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando termina em 000 ou os últimos três números são divisíveis por 8.

Exemplos: $1000 : 8 = 125$, pois termina em 000

45128 é divisível por 8 pois 128 dividido por 8 fornece 16.

45321 não é divisível por 8 pois 321 não é divisível por 8.

Divisibilidade por 9

Será divisível por 9 todo número em que a soma de seus algarismos constitui um número múltiplo de 9.

Exemplos: $81 : 9 = 9$, pois $8 + 1 = 9$

$1107 : 9 = 123$, pois $1 + 1 + 0 + 7 = 9$

$4788 : 9 = 532$, pois $4 + 7 + 8 + 8 = 27$

Divisibilidade por 10

Um número é divisível por 10 se termina com o algarismo 0 (zero).

Exemplos: 5420 é divisível por 10 pois termina em 0 (zero).

6342 não é divisível por 10 pois não termina em 0 (zero).

Divisibilidade por 11

Um número é divisível por 11 nas situações em que a diferença entre o último algarismo e o número formado pelos demais algarismos, de forma sucessiva até que reste um número com 2 algarismos, resultar em um múltiplo de 11. Como regra mais imediata, todas as dezenas duplas (11, 22, 33, 5555, etc.) são múltiplas de 11.

Exemplos: $1342 : 11 = 122$, pois $134 - 2 = 132 \rightarrow 13 - 2 = 11$

$2783 : 11 = 253$, pois $278 - 3 = 275 \rightarrow 27 - 5 = 22$

$7150 : 11 = 650$, pois $715 - 0 = 715 \rightarrow 71 - 5 = 66$

Divisibilidade por 12

Se um número é divisível por 3 e 4, também será divisível por 12.

Exemplos: $192 : 12 = 16$, pois $192 : 3 = 64$ e $192 : 4 = 48$

$672 : 12 = 56$, pois $672 : 3 = 224$ e $672 : 4 = 168$

Divisibilidade por 15

Todo número divisível por 3 e 5 também é divisível por 15.

Exemplos: 1470 é divisível por 15, pois $1470:3 = 490$ e $1470:5 = 294$.

1800 é divisível por 15, pois $1800:3 = 600$ e $1800:5 = 360$.

Faça você

Teste a divisibilidade dos números abaixo por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

a) 1278

b)1450

c)1202154

Fatoração

Podemos escrever os números como produto (multiplicação) de números primos. Contudo, qual a finalidade de fatorarmos esses números? Preciso realizar a fatoração separadamente ou posso fazê-la simultaneamente, com dois ou mais números? Essas respostas virão adiante.

Um dos pontos importantes da fatoração, encontra-se no cálculo do M.D.C (Máximo Divisor Comum) e do M.M.C (Mínimo Múltiplo Comum). Entretanto, devemos tomar cuidado quanto à obtenção desses valores, pois utilizaremos o mesmo procedimento de fatoração, ou seja, a mesma fatoração de dois ou mais números para calcular o valor do M.D.C e do M.M.C. Sendo assim, devemos compreender e diferenciar o modo pelo qual se obtém cada um desses valores, através da fatoração simultânea.

Vejamos um exemplo no qual foi feita a fatoração simultânea:

12, 42	2 (Divisor Comum)
6, 21	2
3, 21	3 (Divisor Comum)
1, 7	7
1, 1	

Note que na fatoração foram destacados os números que dividiram simultaneamente os números 12 e 42. Isto é um passo importante para conseguirmos determinar o M.D.C. Se fossemos listar os divisores de cada um dos números, teríamos a seguinte situação:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 21, 42\}$$

Note que o maior dos divisores comuns entre os números 12 e 42 é o número 6. Observando a nossa fatoração simultânea, este valor 6 é obtido realizando a multiplicação dos divisores comuns.

Por outro lado, o M.M.C será obtido de uma maneira diferente. Por se tratar dos múltiplos, deveremos multiplicar todos os divisores da fatoração. Sendo assim, o M.M.C $(12, 14) = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$.

Portanto, esse processo de fatoração é muito utilizado no cálculo do M.M.C e do M.D.C também, mas cada um com seu respectivo procedimento, portanto, cuidado para não se confundir.

Exemplos: Vamos fatorar, para o cálculo do M.M.C os valores abaixo:

15, 24, 60	2
15, 12, 30	2
15, 6, 15	2
15, 3, 15	3
5, 1, 5	5
1, 1, 1	

Logo, o produto desses fatores primos: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ é o menor múltiplo comum entre os valores apresentados.

Agora se quiséssemos calcular o M.D.C, teríamos que fatorá-los sempre juntos, até não haver mais divisor comum além do número 1.

Assim:

$$\begin{array}{r|l} 15, 24, 60 & 3 \\ 5, 8, 20 & \end{array}$$

E com isso temos que o M.D.C dos valores dados é 3.

Exemplo: Fatore 20 e 30 para o cálculo do M.M.C

$$\begin{array}{r|l} 20 & 30 & 2 \\ 10 & 15 & 2 \\ 5 & 15 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

Assim, o produto desses fatores primos obtidos: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ é o M.M.C de 20 e 30.

De fato, se observarmos a lista de múltiplos de 20 e 30 verificaremos que dentre os comuns, o menor deles é, de fato, o 60.

$M(20) = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, \dots$

$M(30) = 0, 30, 60, 90, 120, 150, \dots$

Agora se buscássemos o M.D.C teríamos que fatorar de forma diferente.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 30 & 2 \\ 10 & 15 & 5 \\ 2 & 3 & \end{array}$$

Com isso, o produto desses fatores primos, $2 \cdot 5 = 10$, obtidos pela fatoração conjunta, representa o M.D.C.

De fato, se observarmos a lista de divisores de 20 e 30 verificaremos que dentre os comuns, o maior deles é, de fato, o 10.

$D(20) = 1, 2, 4, 5, 10, 20.$

$D(30) = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.$

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

O mínimo múltiplo comum entre dois números é representado pelo menor valor comum pertencente aos múltiplos dos números. Observe o MMC entre os números 20 e 30:

$M(20) = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, \dots$ e $M(30) = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, \dots$

Logo, o MMC entre 20 e 30 é equivalente a 60.

Outra forma de determinar o MMC entre 20 e 30 é através da fatoração, em que devemos escolher os fatores comuns de maior expoente e os termos não comuns.

Observe: $20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$ e $30 = 2 \times 3 \times 5 = 2 \times 3 \times 5$ logo:

$$\text{MMC}(20; 30) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

A terceira opção consiste em realizar a decomposição simultânea dos números, multiplicando os fatores obtidos. Observe:

20	30	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1		

$$\text{MMC}(20, 30) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Dica: Apenas números naturais tem M.M.C

Um método rápido e fácil para se determinar o MMC de um conjunto de números naturais é a FATORAÇÃO.

Nela iremos decompor simultaneamente os valores, de forma que ao menos um deles possa ser dividido pelo fator primo apresentado, até que não sobrem valores maiores que 1.

O produto dos fatores primos utilizados nesse processo é o Mínimo Múltiplo Comum.

Para que possamos fazer uma comparação, vamos tomar os números **6, 8 e 12** como exemplo.

Da fatoração destes três números temos:

6, 8, 12	2
3, 4, 6	2
3, 2, 3	2
3, 1, 3	3
1, 1, 1	

O MMC (6, 8, 12) será calculado pelo produto desses fatores primos usados na decomposição dos valores dados.

Logo: M.M.C (6, 8, 12) = 2.2.2.3 = 24

Qual é o MMC (15, 25, 40)?

Fatorando os três números temos:

$$\begin{array}{r|l}
 15, 25, 40 & 2 \\
 15, 25, 20 & 2 \\
 15, 25, 10 & 2 \\
 15, 25, 5 & 3 \\
 5, 25, 5 & 5 \\
 1, 5, 1 & 5 \\
 1, 1, 1 &
 \end{array}$$

Assim o MMC (15, 25, 40) = 2 . 2 . 2 . 3 . 5 . 5 = 600

PROPRIEDADE DO M.M.C.

Todo múltiplo comum de dois ou mais números inteiros é múltiplo do m.m.c. destes números.

Exemplo: os múltiplos comuns positivos de 2, 5 e 6 são exatamente os múltiplos positivos de 30 (m.m.c. (2, 5, 6) = 30), ou seja, são 30, 60, 90,...

Como identificar questões que exigem o cálculo do M.M.C?

Para não ficar em dúvida quanto à solicitação da questão, M.M.C ou M.D.C, basta entender que o M.M.C por ser um “múltiplo comum”, é um número sempre será maior ou igual ao maior dos valores apresentados, logo sempre um valor além dos valores dados.

Apesar do nome Mínimo Múltiplo Comum, é equivocado pensar que o “mínimo” indica um número pequeno, talvez menor que os valores apresentados. Na verdade ele é o menor dos múltiplos e quase sempre maior que todos esses valores de quem se busca o cálculo do M.M.C.

Exemplo:

1. Numa linha de produção, certo tipo de manutenção é feita na máquina A a cada 3 dias, na máquina B, a cada 4 dias, e na máquina C, a cada 6 dias. Se no dia 2 de dezembro foi feita a manutenção nas três máquinas, após quantos dias as máquinas receberão manutenção no mesmo dia?

Temos que determinar o MMC entre os números 3, 4 e 6.

$$\begin{array}{r|l}
 3, 4, 6 & 2 \\
 3, 2, 3 & 2 \\
 3, 1, 3 & 3 \\
 1, 1, 1 &
 \end{array}$$

Assim o MMC (3, 4, 6) = $2 * 2 * 3 = 12$

Concluimos que após 12 dias, a manutenção será feita nas três máquinas. Portanto, dia 14 de dezembro.

2. Um médico, ao prescrever uma receita, determina que três medicamentos sejam ingeridos pelo paciente de acordo com a seguinte escala de horários: remédio A, de 2 em 2 horas, remédio B, de 3 em 3 horas e remédio C, de 6 em 6 horas. Caso o paciente utilize os três remédios às 8 horas da manhã, qual será o próximo horário de ingestão dos mesmos?

Calcular o MMC dos números 2, 3 e 6.

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$\text{MMC}(2, 3, 6) = 2 * 3 = 6$$

O mínimo múltiplo comum dos números 2, 3, 6 é igual a 6.

De 6 em 6 horas os três remédios serão ingeridos juntos. Portanto, o próximo horário será às 14 horas.

Máximo Divisor Comum (MDC)

O máximo divisor comum entre dois números é representado pelo maior valor comum pertencente aos divisores dos números. Observe o MDC entre os números 20 e 30: $D(20) = 1, 2, 4, 5, 10, 20$. e $D(30) = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$.

O maior divisor comum dos números 20 e 30 é 10.

Podemos também determinar o MDC entre dois números através da fatoração, em que escolheremos os fatores comuns de menor expoente. Observe o MDC de 20 e 30 utilizando esse método.

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5 \text{ e } 30 = 2 \times 3 \times 5 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{Logo MDC}(20; 30) = 2 \times 5 = 10$$

A terceira opção consiste em realizar a decomposição simultânea e conjunta dos números, multiplicando os fatores obtidos. Observe:

$$\begin{array}{cc|c} 20, 30 & & 2 \\ 10, 15 & & 5 \\ 2, 3 & & \end{array}$$

Logo o M.D.C (20 , 30) = 10

Um método rápido e fácil para se determinar o MDC de um conjunto de números naturais é a FATORAÇÃO.

Nela iremos decompor simultaneamente os valores, de forma que todos eles devem ser divididos, ao mesmo tempo, pelo fator primo apresentado, até que se esgotem as possibilidades dessa divisão conjunta.

O produto dos fatores primos utilizados nesse processo é o Máximo Divisor Comum.

Para que possamos fazer uma comparação, vamos tomar novamente os números **6, 8 e 12** como exemplo.

Da fatoração conjunta destes três números temos:

$$\begin{array}{r|l} 6, 8, 12 & 2 \\ 3, 4, 6 & \end{array}$$

O MDC (6, 8, 12) será calculado pelo produto desses fatores primos usados na decomposição dos valores dados.

Logo: M.M.C (6 , 8 , 12) = 2

Qual é o MDC (15, 25, 40)?

Fatorando os três números temos:

$$\begin{array}{r|l} 15, 25, 40 & 5 \\ 3, 5, 8 & \end{array}$$

Assim o MMC (15, 25, 40) = 5

Exemplo:

Qual é o MDC (15, 75, 105)?

Fatorando os três números temos:

$$\begin{array}{r|l} 15, 75, 105 & 3 \\ 5, 25, 35 & 5 \\ 1, 5, 7 & \end{array}$$

$$\text{MDC}(15, 75, 105) = 3 \cdot 5 = 15$$

Note que temos que dividir todos os valores apresentados, ao mesmo tempo, pelo fator primo. Caso não seja possível seguir dividindo todos, ao mesmo tempo, dá-se por encerrado o cálculo do M.D.C.

Propriedade Fundamental

Existe uma relação entre o m.m.c e o m.d.c de dois números naturais a e b.

- $\text{m.m.c.}(a,b) \cdot \text{m.d.c.}(a,b) = a \cdot b$

Ou seja, o produto entre o m.m.c e m.d.c de dois números é igual ao produto entre os dois números.

Exemplo

Se x é um número natural em que $\text{m.m.c.}(14, x) = 154$ e $\text{m.d.c.}(14, x) = 2$, podemos dizer que x vale.

- a) 22
- b) - 22
- c) + 22 ou - 22
- d) 27
- e) - 27

Como identificar questões que exigem o cálculo do M.D.C?

Para não ficar em dúvida quanto à solicitação da questão, M.M.C ou M.D.C, basta entender que o M.D.C por ser um “divisor comum”, é um número que sempre será menor ou igual ao menor dos valores apresentados, logo sempre é um valor aquém dos valores dados, dando ideia de corte, fração.

Já o M.M.C, por ser um “múltiplo comum”, é um número que sempre será maior ou igual ao maior dos valores apresentados, logo sempre é um valor além dos valores dados, criando uma ideia de “futuro”.

Apesar do nome Mínimo Múltiplo Comum é equivocado pensar que o “mínimo” indica um número pequeno, talvez menor que os valores apresentados. Na verdade ele é o menor dos múltiplos e quase sempre maior que todos esses valores de quem se busca o cálculo do M.M.C.

DICA: Quando se tratar de **MMC** a solução será um valor no mínimo igual ao maior dos valores que você dispõe. Já quando se tratar de **MDC** a solução será um valor no máximo igual ao menor dos valores que você dispõe.

Faça você

3. Três ciclistas percorrem um circuito saindo todos ao mesmo tempo, do mesmo ponto, e com o mesmo sentido. O primeiro faz o percurso em 40 s, o segundo em 36 s e o terceiro em 30 s. Com base nessas informações, depois de quanto tempo os três ciclistas se reencontrarão novamente no ponto de partida, pela primeira vez, e quantas voltas terá dado o primeiro, o segundo e o terceiro ciclista, respectivamente?
- a) 5 minutos, 10 voltas, 11 voltas e 13 voltas.
 - b) 6 minutos, 9 voltas, 10 voltas e 12 voltas.
 - c) 7 minutos, 10 voltas, 11 voltas e 12 voltas.
 - d) 8 minutos, 8 voltas, 9 voltas e 10 voltas.
 - e) 9 minutos, 9 voltas, 11 voltas e 12 voltas.
4. José possui um supermercado e pretende organizar de 100 a 150 detergentes, de três marcas distintas, na prateleira de produtos de limpeza, agrupando-os de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, mas sempre restando um. Quantos detergentes José tem em seu supermercado?
5. Em uma árvore de natal, três luzes piscam com frequência diferentes. A primeira pisca a cada 4 segundos, a segunda a cada 6 segundos e a terceira a cada 10 segundos. Se num dado instante as luzes piscam ao mesmo tempo, após quantos segundos voltarão, a piscar juntas?

6. Nas últimas eleições, três partidos políticos tiveram direito, por dia, a 90 s, 108 s e 144 s de tempo gratuito de propaganda na televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. A soma do número das aparições diárias dos partidos na TV foi de:
- a) 16
 - b) 17
 - c) 18
 - d) 19
 - e) 20
7. Uma indústria de tecidos fabrica retalhos de mesmo comprimento. Após realizar os cortes necessários, verificou-se que duas peças restantes tinham as seguintes medidas: 156 centímetros e 234 centímetros. O gerente de produção ao ser informado das medidas, deu a ordem para que o funcionário cortasse o pano em partes iguais e de maior comprimento possível. Sendo assim, a quantidade de novos retalhos de tecido e a medida de cada um deles, valem, respectivamente:
- a) 3 e 78
 - b) 5 e 78
 - c) 6 e 65
 - d) 65 e 6
 - e) 78 e 5
8. Um escritório comprou os seguintes itens: 140 marcadores de texto, 120 corretivos e 148 blocos de rascunho e dividiu esse material em pacotinhos, cada um deles contendo um só tipo de material, porém todos com o mesmo número de itens e na maior quantidade possível. Sabendo-se que todos os itens foram utilizados, então o número total de pacotinhos feitos foi:
- a) 74
 - b) 88
 - c) 96
 - d) 102
 - e) 112

9. No alto da torre de uma emissora de televisão, duas luzes “pisçam” com frequências diferentes. A primeira “pisca” 15 vezes por minuto e a segunda “pisca” 10 vezes por minuto. Se num certo instante, as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a “piscar simultaneamente”?
- a) 12
 - b) 10
 - c) 20
 - d) 15
 - e) 30
10. Para a confecção de sacolas serão usados dois rolos de fio de nylon. Esses rolos, medindo 450 cm e 756 cm serão divididos em pedaços iguais e do maior tamanho possível. Sabendo que não deve haver sobras, quantos pedaços serão obtidos?
- a) 25
 - b) 42
 - c) 67
 - d) 35
 - e) 18

Gabarito: 3. B 4. 121 5.* 6. D 7. B 8. D 9. A 10. C



RAZÃO E PROPORÇÃO

Razão

A palavra razão vem do latim *ratio* e significa a divisão ou o quociente entre dois números A e B, denotada por $\frac{A}{B}$.

Exemplo: A razão entre 12 e 3 é 4, pois $\frac{12}{3} = 4$.

Proporção

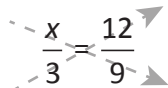
Já a palavra proporção vem do latim *proportione* e significa uma relação entre as partes de uma grandeza, ou seja, é uma igualdade entre duas razões.

Exemplo: $\frac{6}{3} = \frac{10}{5}$, a proporção $\frac{6}{3}$ é proporcional a $\frac{10}{5}$.

Se numa proporção temos $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, então os números A e D são denominados extremos enquanto os números B e C são os meios e vale a propriedade: o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, isto é:

$$A \times D = C \times B$$

Exemplo: Dada a proporção $\frac{x}{3} = \frac{12}{9}$, qual o valor de x?

 logo $9 \cdot x = 3 \cdot 12 \rightarrow 9x = 36$ e portanto $x = 4$

Exemplo: Se A, B e C são proporcionais a 2, 3 e 5,

logo: $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5}$

Dica

DICA: Observe a ordem com que os valores são enunciados para interpretar corretamente a questão.

- Exemplos: A razão entre a e b é a/b e não b/a !!!

A sua idade e a do seu colega são proporcionais a 3 e 4,

logo $\frac{\text{sua idade}}{\text{idade do colega}} = \frac{3}{4}$.

Faça você

1. A razão entre o preço de custo e o preço de venda de um produto é $\frac{2}{3}$. Se for vendida a R\$ 42,00 qual o preço de custo?
2. A idade do professor Zambeli está para a do professor Dudan assim como 8 está para 7. Se apesar de todos os cabelos brancos o professor Zambeli tem apenas 40 anos, a idade do professor Dudan é de.
 - a) 20 anos
 - b) 25 anos
 - c) 30 anos
 - d) 35 anos
 - e) 40 anos
3. A razão entre os números $(x + 3)$ e 7 é igual à razão entre os números $(x - 3)$ e 5. Nessas condições o valor de x é?

Regra de Três Simples

Grandezas diretamente proporcionais

A definição de grandeza está associada a tudo aquilo que pode ser medido ou contado. Como exemplo, citamos: comprimento, tempo, temperatura, massa, preço, idade e etc.

As grandezas diretamente proporcionais estão ligadas de modo que, à medida que uma grandeza aumenta ou diminui, a outra altera de forma proporcional.

Grandezas diretamente proporcionais, explicando de uma forma mais informal, são grandezas que crescem juntas e diminuem juntas. Podemos dizer também que nas grandezas diretamente proporcionais uma delas varia na mesma razão da outra. Isto é, duas grandezas são diretamente proporcionais quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica... E assim por diante.

Exemplo:

Um automóvel percorre 300 km com 25 litros de combustível. Caso o proprietário desse automóvel queira percorrer 120 km, quantos litros de combustível serão gastos?

300 km → 25 litros
120 km → x litros

$$\frac{300}{120} = \frac{25}{x} \quad 300 \cdot x = 25 \cdot 120 \quad \rightarrow \quad x = \frac{3000}{300} \quad \rightarrow \quad x = 10$$

Dica

Quando a regra de três é direta multiplicamos em X, regra do “CRUZ CREDO”.

Exemplo:

Em uma gráfica, certa impressora imprime 100 folhas em 5 minutos. Quantos minutos ela gastará para imprimir 1300 folhas?

100 folhas → 5 minutos
1300 folhas → x minutos

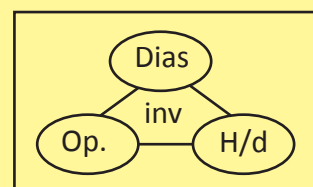
$$\frac{100}{1300} = \frac{5}{x} \quad 100 \cdot x = 5 \cdot 1300 \quad \rightarrow \quad x = \frac{5 \times 1300}{100} = 65 \text{ minutos}$$

Grandeza inversamente proporcional

Entendemos por grandezas inversamente proporcionais as situações onde ocorrem operações inversas, isto é, se dobramos uma grandeza, a outra é reduzida à metade.

São grandezas que quando uma aumenta a outra diminui e vice-versa. Percebemos que variando uma delas, a outra varia na razão inversa da primeira. Isto é, duas grandezas são inversamente proporcionais quando, dobrando uma delas, a outra se reduz pela metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para a terça parte... E assim por diante.

Dica!!



Exemplo:

12 operários constroem uma casa em 6 semanas. 8 operários, nas mesmas condições, construiriam a mesma casa em quanto tempo?

12 op. → 6 semanas

8 op. → x semanas

Antes de começar a fazer, devemos pensar: se diminuiu o número de funcionários, será que a velocidade da obra vai aumentar? É claro que não, e se um lado diminui enquanto o outro aumentou, é inversamente proporcional e, portanto, devemos multiplicar lado por lado (em paralelo).

$$8 \cdot x = 12 \cdot 6$$

$$8x = 72$$

$$x = \frac{72}{8} \rightarrow x = 9$$

Dica

Quando a regra de três é inversa, multiplicamos lado por lado, regra da LALA.

Exemplo: A velocidade constante de um carro e o tempo que esse carro gasta para dar uma volta completa em uma pista estão indicados na tabela a seguir:

Velocidade (km/h)	120	60	40
Tempo (min)	1	2	3

Observando a tabela, percebemos que se trata de uma grandeza inversamente proporcional, pois, à medida que uma grandeza aumenta a outra diminui.

4. Se um avião, voando a 500 Km/h, faz o percurso entre duas cidades em 3h, quanto tempo levará se viajar a 750 Km/h?
- a) 1,5h
 - b) 2h
 - c) 2,25h
 - d) 2,5h
 - e) 2,75h
5. Em um navio com uma tripulação de 800 marinheiros há víveres para 45 dias. Quanto tempo poderíamos alimentar os marinheiros com o triplo de víveres?
- a) 130
 - b) 135
 - c) 140
 - d) 145
 - e) 150
6. Uma viagem foi feita em 12 dias percorrendo-se 150 km por dia. Quantos dias seriam empregados para fazer a mesma viagem, percorrendo-se 200 km por dia?
- a) 5
 - b) 6
 - c) 8
 - d) 9
 - e) 10

Regra de três composta

A regra de três composta é utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais. Para não vacilar, temos que montar um esquema com base na análise das colunas completas em relação à coluna do “x”.

Vejamos os exemplos abaixo.

Exemplo:

Em 8 horas, 20 caminhões descarregam 160m³ de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar 125m³?

A regra é colocar em cada coluna as grandezas de mesma espécie e deixar o X na segunda linha.

+		-
Horas	Caminhões	Volume
8	20	160
5	x	125

Identificando as relações em relação à coluna que contém o X:

Se em 8 horas, 20 caminhões carregam a areia, em 5 horas, para carregar o mesmo volume, serão **MAIS** caminhões. Então se coloca o sinal de + sobre a coluna Horas.

Se 160 m³ são transportados por 20 caminhões, 125 m³ serão transportados por **MENOS** caminhões. Sinal de - para essa coluna.

Assim, basta montar a equação com a seguinte orientação: ficam no numerador, acompanhando o valor da coluna do x, o **MAIOR** valor da coluna com sinal de +, e da coluna com sinal de -, o **MENOR** valor.

Assim:

$$\frac{20 \times 125 \times 8}{160 \times 5} = 25 \text{ Logo, serão necessários } \mathbf{25} \text{ caminhões.}$$

Exemplo:

Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

Solução: montando a tabela:

-		+
Homens	Carrinhos	Dias
8	20	5
4	x	16

Observe que, se **8** homens montam 20 carrinhos, então 4 homens montam **MENOS** carrinhos. Sinal de **–** nessa coluna.

Se, em 5 dias montam-se 20 carrinhos, então em 16 dias se montam **MAIS** carrinhos. Sinal de **+**.

$$\text{Montando a equação: } x = \frac{20 \times 4 \times 16}{8 \times 5} = 32$$

Logo, serão montados 32 carrinhos.

- 7.** Franco e Jade foram incumbidos de digitar os laudos de um texto. Sabe-se que ambos digitaram suas partes com velocidades constantes e que a velocidade de Franco era 80% de Jade. Nessas condições, se Jade gastou 10 min para digitar 3 laudos, o tempo gasto por Franco para digitar 24 laudos foi?
- a) 1h e 15 min
 - b) 1h e 20 min
 - c) 1h e 30 min
 - d) 1h e 40 min
 - e) 2h
- 8.** Num acampamento, 10 escoteiros consumiram 4 litros de água em 6 dias. Se fossem 7 escoteiros, em quantos dias consumiriam 3 litros de água?
- a) 6,50
 - b) 6,45
 - c) 6,42
 - d) 6,52
 - e) 6,5
- 9.** Em uma campanha publicitária, foram encomendados, em uma gráfica, quarenta e oito mil folhetos. O serviço foi realizado em seis dias, utilizando duas máquinas de mesmo rendimento, oito horas por dia. Dado o sucesso da campanha, uma nova encomenda foi feita, sendo desta vez de setenta e dois mil folhetos. Com uma das máquinas quebradas, a gráfica prontificou-se a trabalhar doze horas por dia, entregando a encomenda em:
- a) 7 dias
 - b) 8 dias
 - c) 10 dias
 - d) 12 dias
 - e) 15 dias

Propriedade das proporções

Imaginem uma receita de bolo.

1 receita:

A B

4 xícaras de farinha - 6 ovos - 240 ml de leite - 180 g de açúcar

½ receita:

C D

2 xícaras de farinha - 3 ovos - 120 ml de leite - 90 g de açúcar

2 receitas:

E F

8 xícaras de farinha - 12 ovos - 480 ml de leite - 360 g de açúcar

Então se houver,

G H

14 xícaras de farinha - x ovos - y ml de leite - z g de açúcar

Teremos que calcular x, y e z por regra de três (Proporções).

1. $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$ ou $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

2. $\frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$ ou $\frac{A+B}{A} = \frac{B+D}{B}$

Numa proporção, a soma dos dois primeiros termos está para o 2º (ou 1º) termo, assim como a soma dos dois últimos está para o 4º (ou 3º).

Constante de proporcionalidade

Considere as informações na tabela:

A	B
5	10
6	12
7	14
9	18
13	26
15	30

As colunas A e B não são iguais, mas são PROPORCIONAIS.

Então, podemos escrever: $5 \propto 10$

$6 \propto 12$

$9 \propto 18$

Assim podemos afirmar que:

$$5k = 10$$

$$6k = 12$$

\therefore

\therefore

$$9k = 18$$

Onde a constante de proporcionalidade k é igual a dois.

Exemplo:

A idade do pai está para a idade do filho assim como 9 está para 4. Determine essas idades sabendo que a diferença entre eles é de 35 anos.

$$\begin{cases} P = 9 \\ F = 4 \\ P - F = 35 \end{cases}$$

Como já vimos as proporções ocorrem tanto “verticalmente” como “horizontalmente”. Então podemos dizer que:

P está para 9 assim como F está para 4. Simbolicamente, $P \propto 9, F \propto 4$.

Usando a propriedade de que “toda proporção se transforma em uma igualdade quando multiplicada por uma constante”, temos:

$$P = 9k \text{ e } F = 4k$$

Logo a expressão fica:

$$P - F = 35$$

$$9k - 4k = 35$$

$$5k = 35$$

$$K = 7$$

$$\text{Assim, } P = 9 \times 7 = 63 \text{ e } F = 4 \times 7 = 28$$

Divisão proporcional

Podemos definir uma **DIVISÃO PROPORCIONAL**, como uma forma de divisão na qual se determinam valores que, divididos por quocientes previamente determinados, mantêm-se uma razão constante (que não tem variação).

Exemplo:

Vamos imaginar que temos 120 bombons para distribuir em partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 5, entre 3 pessoas A, B e C, respectivamente:

Num total de 120 bombons, k representa a quantidade de bombons que cada um receberá.

Pessoa A – $\underline{k} \ \underline{k} \ \underline{k} = 3k$

Pessoa B – $\underline{k} \ \underline{k} \ \underline{k} \ \underline{k} = 4k$

Pessoa C – $\underline{k} \ \underline{k} \ \underline{k} \ \underline{k} \ \underline{k} = 5k$

Se $A + B + C = 120$ então $3k + 4k + 5k = 120$

$3k + 4k + 5k = 120$ logo $12k = 120$ e assim $k = 10$

Pessoa A receberá $3 \cdot 10 = 30$

Pessoa B receberá $4 \cdot 10 = 40$

Pessoa C receberá $5 \cdot 10 = 50$

Exemplo:

Dividir o número 810 em partes diretamente proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$.

Primeiramente tiramos o mínimo múltiplo comum entre os denominadores 3, 4 e 6.

$$\frac{2}{3} \ \frac{3}{4} \ \frac{5}{6} = \frac{\textcircled{8}}{12} \ \frac{\textcircled{9}}{12} \ \frac{\textcircled{10}}{12}$$

Depois de feito o denominador e encontrado frações equivalentes a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$ com denominador 12 trabalharemos apenas com os numeradores ignorando o denominador, pois como ele é comum nas três frações, não precisamos trabalhar com ele mais.

Podemos então dizer que:

$$8K + 9K + 10K = 810$$

$$27K = 810$$

$$K = 30.$$

Por fim multiplicamos,

$$8 \cdot 30 = 240$$

$$9 \cdot 30 = 270$$

$$10 \cdot 30 = 300$$

240, 270 e 300.

Exemplo:

Dividir o número 305 em partes **inversamente proporcionais** a $\frac{3}{8}$, 5 e $\frac{5}{6}$.

O que muda quando diz inversamente proporcional? Simplesmente invertemos as frações pelas suas inversas.

$$\frac{3}{8} \rightarrow \frac{8}{3}$$

$5 \rightarrow \frac{1}{5}$ Depois disto usamos o mesmo método de cálculo.

$$\frac{5}{6} \rightarrow \frac{6}{5}$$

$$\frac{816}{355} = \frac{40318}{151515}$$

Ignoramos o denominador e trabalhamos apenas com os numeradores.

$$40K + 3K + 18K = 305 \text{ logo } 61K = 305 \text{ e assim } K = 5$$

Por fim,

$$40 \cdot 5 = 200$$

$$3 \cdot 5 = 15$$

$$18 \cdot 5 = 90$$

200, 15 e 90

Exemplo:

Dividir o número 118 em partes simultaneamente proporcionais a 2, 5, 9 e 6, 4 e 3.

Como a razão é direta, basta multiplicarmos suas proporcionalidades na ordem em que foram apresentadas em ambas.

$$2 \times 6 = 12$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$9 \times 3 = 27$$

$$\text{logo, } 12K + 20K + 27K =$$

$$118 \text{ à } 59K = 118 \text{ daí}$$

$$K = 2$$

Tendo então,

$$12 \cdot 2 = 24$$

$$20 \cdot 2 = 40$$

$$27 \cdot 2 = 54$$

24, 40 e 54.

Casos particulares

João, sozinho, faz um serviço em 10 dias. Paulo, sozinho, faz o mesmo serviço em 15 dias. Em quanto tempo fariam juntos esse serviço?

Primeiramente, temos que padronizar o trabalho de cada um. Neste caso já está padronizado, pois ele fala no trabalho completo, o que poderia ser dito a metade do trabalho feito em um certo tempo.

Se João faz o trabalho em 10 dias, isso significa que ele faz $\frac{1}{10}$ do trabalho por dia.

Na mesma lógica, Paulo faz $\frac{1}{15}$ do trabalho por dia.

Juntos o rendimento diário é de $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

Se em um dia eles fazem $\frac{1}{6}$ do trabalho em 6 dias os dois juntos completam o trabalho.

Sempre que as capacidades forem diferentes, mas o serviço a ser feito for o mesmo,

seguimos a seguinte regra: $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_7(\text{tempo total})}$

10. Se $\frac{x}{9} = \frac{y}{13}$ e $x + y = 154$ determine x e y :

11. A idade do pai está para a idade do filho assim como 7 está para 3. Se a diferença entre essas idades é 32 anos, determine a idade de cada um.

12. Os salários de dois funcionários do Tribunal são proporcionais às suas idades que são 40 e 25 anos. Se os salários somados totalizam R\$ 9100,00, qual a diferença de salário destes funcionários?
13. A diferença entre dois números é igual a 52. O maior deles está para 23, assim como o menor está para 19. Que números são esses?
14. Dividir o número 180 em partes diretamente proporcionais a 2,3 e 4.
15. Dividir o número 540 em partes diretamente proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$.
16. Dividir o número 48 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{8}$.
17. Dividir o número 148 em partes diretamente proporcionais a 2, 6 e 8 e inversamente proporcionais a $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e 0,4.

18. Dividir o número 670 em partes inversamente proporcionais simultaneamente a $\frac{2}{5}$, 4, 0,3 e 6, $\frac{3}{2}$ e $\frac{2}{3}$.
19. Uma herança foi dividida entre 3 pessoas em partes diretamente proporcionais às suas idades que são 32, 38 e 45.
Se o mais novo recebeu R\$ 9.600, quanto recebeu o mais velho?
20. Uma empresa dividiu os lucros entre seus sócios, proporcionais a 7 e 11. Se o 2º sócio recebeu R\$ 20 000 a mais que o 1º sócio, quanto recebeu cada um?
21. Os três jogadores mais disciplinados de um campeonato de futebol amador irão receber um prêmio de R\$ 3.340,00 rateados em partes inversamente proporcionais ao número de faltas cometidas em todo o campeonato. Os jogadores cometeram 5, 7 e 11 faltas. Qual a premiação referente a cada um deles respectivamente?
22. Quatro amigos resolveram comprar um bolão da loteria. Cada um dos amigos deu a seguinte quantia: Carlos: R\$ 5,00 Roberto: R\$ 4,00 Pedro: R\$ 8,00 João: R\$ 3,00.
Se ganharem o prêmio de R\$ 500.000,00, quanto receberá cada amigo, considerando que a divisão será proporcional à quantia que cada um investiu?

- 23.** Certo mês o dono de uma empresa concedeu a dois de seus funcionários uma gratificação no valor de R\$ 500. Essa gratificação foi dividida entre eles em partes que eram diretamente proporcionais aos respectivos números de horas de plantões que cumpriram no mês e, ao mesmo tempo, inversamente proporcional à suas respectivas idades. Se um dos funcionários tem 36 anos e cumpriu 24h de plantões e, outro, de 45 anos cumpriu 18h, coube ao mais jovem receber:
- a) R\$ 302,50.
 - b) R\$ 310,00.
 - c) R\$ 312,50.
 - d) R\$ 325,00.
 - e) R\$ 342,50.
- 24.** Três sócios formam uma empresa. O sócio A entrou com R\$ 2.000 e trabalha 8h/dia. O sócio B entrou com R\$ 3.000 e trabalha 6h/dia. O sócio C entrou com R\$ 5.000 e trabalha 4h/dia. Se, na divisão dos lucros o sócio B recebe R\$ 90.000, quanto recebem os demais sócios?
- 25.** Certa herança foi dividida de forma proporcional às idades dos herdeiros, que tinham 35, 32 e 23 anos. Se o mais velho recebeu R\$ 525,00, quanto coube o mais novo?
- a) R\$ 230,00
 - b) R\$ 245,00
 - c) R\$ 325,00
 - d) R\$ 345,00
 - e) R\$ 350,00
- 26.** Uma torneira enche um tanque em 3h, sozinho. Outra torneira enche o mesmo tanque em 4h, sozinho. Um ralo esvazia todo o tanque sozinho em 2h. Estando o tanque vazio, as 2 torneiras abertas e o ralo aberto, em quanto tempo o tanque encherá?

- 27.** Através de um contrato de trabalho, ficou acertado que 35 operários construiriam uma casa em 32 dias, trabalhando 8 horas diárias. Decorridos 8 dias, apesar de a obra estar transcorrendo no ritmo previsto, novo contrato foi confirmado: trabalhando 10 horas por dia, 48 operários terminariam a obra. O número de dias gasto, ao todo, nesta construção foi:
- a) 14
 - b) 19
 - c) 22
 - d) 27
 - e) 50
- 28.** Uma fazenda tem 30 cavalos e ração estocada para alimentá-los durante 2 meses. Se forem vendidos 10 cavalos e a ração for reduzida à metade. Os cavalos restantes poderão ser alimentados durante:
- a) 3 meses
 - b) 4 meses
 - c) 45 dias
 - d) 2 meses
 - e) 30 dias
- 29.** Uma ponte foi construída em 48 dias por 25 homens, trabalhando-se 6 horas por dia. Se o número de homens fosse aumentado em 20% e a carga horária de trabalho em 2 horas por dia, esta ponte seria construída em:
- a) 24 dias
 - b) 30 dias
 - c) 36 dias
 - d) 40 dias
 - e) 45 dias
- 30.** Usando um ferro elétrico 20 minutos por dia, durante 10 dias, o consumo de energia será de 5 kWh. O consumo do mesmo ferro elétrico se ele for usado 70 minutos por dia, durante 15 dias será de.
- a) 25 kWh
 - b) 25,5 kWh
 - c) 26 kWh
 - d) 26,25 kWh
 - e) 26,5 kWh

- 31.** Trabalhando oito horas por dia, durante 16 dias, Pedro recebeu R\$ 2.000,00. Se trabalhar 6 horas por dia, durante quantos dias ele deverá trabalhar para receber R\$ 3000,00?
- a) 30 dias
 - b) 31 dias
 - c) 32 dias
 - d) 33 dias
 - e) 34 dias
- 32.** Cinco trabalhadores de produtividade padrão e trabalhando individualmente, beneficiam ao todo, 40 kg de castanha por dia de trabalho referente a 8 horas. Considerando que existe uma encomenda de 1,5 toneladas de castanha para ser entregue em 15 dias úteis, quantos trabalhadores de produtividade padrão devem ser utilizados para que se atinja a meta pretendida, trabalhando dez horas por dia?
- a) 10.
 - b) 11.
 - c) 12.
 - d) 13.
 - e) 14.
- 33.** Uma montadora de automóveis demora 20 dias trabalhando 8 horas por dia, para produzir 400 veículos. Quantos dias serão necessários para produzir 50 veículos, trabalhando 10 horas ao dia?
- a) 1
 - b) 2
 - c) 3
 - d) 4
 - e) 5

Gabarito: 1. R\$28,00 2. D 3. 18 4. B 5. B 6. D 7. D 8. C 9. D 10. $x = 63 / y = 91$ 11. 56 e 24
12. R\$ 2100 13. 299 e 247 14. 40,60 e 80 15. 160,180 e 3 200 16. 9,15 e 24 17. 32,36 e 80 18. 50,20 e 600
19. R\$ 13500 20. R\$35000 e R\$ 55000 21. R\$ 1540, R\$ 1100 e R\$ 700 22. R\$ 125000, R\$10000,R\$200000 e R\$75000
23. C 24. R\$80000, R\$ 90000 e R\$100000 25. D 26. 12 h 27. C 28. C 29. B 30. D 31. C 32. A 33. B



1. (30140) Na tabela abaixo, são apresentados os dados da população residente total e da área total do Estado do Rio Grande do Sul, de acordo com informações do Censo Demográfico 2010 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

	População Residente Total (Habitantes)	Área Total (km ²)
Rio Grande do Sul	10.693.929	268.781,9

Segundo esses dados, a densidade demográfica (habitantes/km²) no Estado do Rio Grande do Sul está entre:

- a) 27 e 32
- b) 32 e 37
- c) 37 e 42
- d) 42 e 47
- e) 47 e 52

Acesse o *link* a seguir ou baixe um leitor QR Code em seu celular e fotografe o código para ter acesso gratuito aos simulados *on-line*. E ainda, se for assinante da Casa das Questões, poderá assistir ao vídeo da explicação do professor.

<http://acasadasquestoes.com.br/simulados/imprimir/6779449>



PORCENTAGEM

DEFINIÇÃO: A percentagem ou porcentagem (do *latim per centum*, significando “por cento”, “a cada centena”) é uma medida de razão com base 100 (cem). É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 (dois) valores (um é a parte e o outro é o inteiro) a partir de uma fração cujo denominador é 100 (cem), ou seja, é dividir um número por 100 (cem).

Taxa Unitária

Quando pegamos uma taxa de juros e **dividimos** o seu valor por **100**, encontramos a **taxa unitária**.

A taxa unitária é importante para nos auxiliar a desenvolver todos os cálculos em matemática financeira.

Pense na expressão 20% (vinte **por cento**), ou seja, essa taxa pode ser representada por uma fração cujo numerador é igual a 20 e o denominador é igual a 100.

Como Fazer

$$10\% = \frac{10}{100} = 0,10$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,20$$

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$38\% = \frac{38}{100} = 0,38$$

$$1,5\% = \frac{1,5}{100} = 0,015$$

$$230\% = \frac{230}{100} = 2,3$$

Agora é sua vez

15%	
20%	
4,5%	
254%	
0%	
63%	
24,5%	
6%	

Dica:

A porcentagem vem sempre associada a um elemento, portanto, sempre multiplicado a ele.

Exemplos:

1. Calcule:

a) 20% de 450

b) 30% de 300

c) 40% de 400

d) 75% de 130

e) 215% de 120

f) 30% de 20% de 50

g) 20% de 30% de 50

Exemplo Resolvido

II. Um jogador de futebol, ao longo de um campeonato, cobrou 75 faltas, transformando em gols 8% dessas faltas. Quantos gols de falta esse jogador fez?

$$8\% \text{ de } 75 = \frac{8}{100} \cdot 75 = \frac{600}{100} = 6$$

Portanto o jogador fez 6 gols de falta.

Exemplos:

2. Calcule:
- a) $\sqrt{16\%}$
 - b) $(20\%)^2$
 - c) $(1\%)^3$
3. A expressão $(10\%)^2$ é igual a:
- a) 100%
 - b) 1%
 - c) 0,1%
 - d) 10%
 - e) 0,01%
4. Uma mercadoria que custava US\$ 2.400 sofreu um aumento, passando a custar US\$ 2.880. A taxa de aumento foi de:
- a) 30%
 - b) 50%
 - c) 10%
 - d) 20%
 - e) 15%
5. Em um exame vestibular, 30% dos candidatos eram da área de Humanas. Dentre esses candidatos, 20% optaram pelo curso de Direito. Do total dos candidatos, qual a porcentagem dos que optaram por Direito?
- a) 50%
 - b) 20%
 - c) 10%
 - d) 6%
 - e) 5%
6. Uma certa mercadoria que custava R\$ 10,50 teve um aumento, passando a custar R\$ 11,34. O percentual de aumento da mercadoria foi de:
- a) 1,0%
 - b) 10,0%
 - c) 10,8%
 - d) 8,0%
 - e) 0,84%

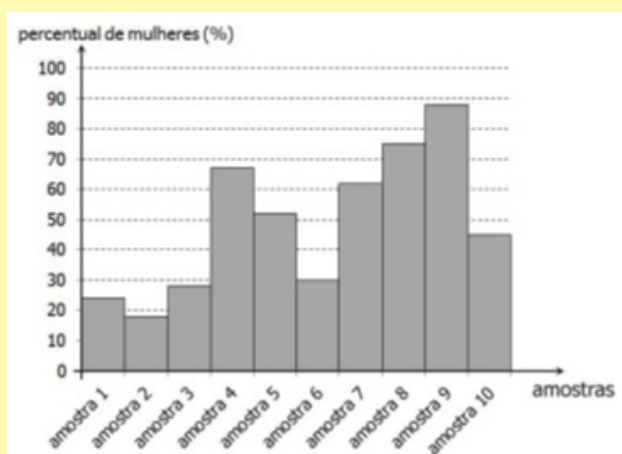
7. Se uma prova de matemática de 40 questões objetivas, um candidato ao vestibular errar 12 questões, o percentual de acertos será:
- a) 4,8%
 - b) 12%
 - c) 26%
 - d) 52%
 - e) 70%
8. Dentre os inscritos em um concurso público, 60% são homens e 40% são mulheres. Já têm emprego 80% dos homens e 30% das mulheres. Qual a porcentagem dos candidatos que já tem emprego?
- a) 60%
 - b) 40%
 - c) 30%
 - d) 24%
 - e) 12%
9. O preço de um bem de consumo é R\$100,00. Um comerciante tem um lucro de 25% sobre o preço de custo desse bem. O valor do preço de custo, em reais, é:
- a) 25,00
 - b) 70,50
 - c) 75,00
 - d) 80,00
 - e) 125,00
10. Numa melancia de 10 kg, 95% dela é constituída de água. Após desidratar a fruta, de modo que se eliminem 90% da água, pode-se afirmar que a massa restante da melancia será, em kg, igual a:
- a) 1,45
 - b) 1,80
 - c) 5
 - d) 9
 - e) 9,5

- 11.** Em uma sala onde estão 100 pessoas, sabe-se que 99% são homens. Quantos homens devem sair para que a percentagem de homens na sala passe a ser 98%?
- a) 1
 - b) 2
 - c) 10
 - d) 50
 - e) 60

Gabarito: 1. * 2. * 3. B 4. D 5. D 6. D 7. E 8. A 9. D 10. A 11. D



1. (30148) Para verificar a distribuição percentual de homens e mulheres que possuem emprego formal em uma determinada cidade, foram coletadas 10 amostras em diferentes bairros. Em cada amostra foi determinado o percentual de mulheres, conforme representam as colunas sombreadas no gráfico abaixo.



O número de amostras em que o percentual de mulheres é maior do que o percentual de homens é:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

2. (30142) Considere as seguintes proposições.

- I. 10 dividido por 0,5 é igual a 20.
- II. 1,20 horas é igual a 1 hora e 20 minutos.
- III. 50% multiplicado por 50% é igual a 25%.

Quais proposições são verdadeiras?

- a) Apenas I
- b) Apenas II
- c) Apenas I e III
- d) Apenas II e III
- e) I, II e III

3. (30139) Reduções sucessivas e acumuladas de 20% e 25% equivalem a uma única redução de:

- a) 40%
- b) 45%
- c) 50%
- d) 55%
- e) 60%

Acesse o *link* a seguir ou baixe um leitor QR Code em seu celular e fotografe o código para ter acesso gratuito aos simulados *on-line*. E ainda, se for assinante da Casa das Questões, poderá assistir ao vídeo da explicação do professor.

<http://acasadasquestoes.com.br/simulados/imprimir/6779548>



Gabarito: 1. (30148) A 2. (30142) C 3. (30139) A

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

A equação de 1º grau é a equação na forma $ax + b = 0$, onde a e b são números reais e x é a variável (incógnita). O valor da incógnita x é $-\frac{b}{a}$

$$ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Resolva as equações:

a) $10x - 2 = 0$

b) $-7x + 18 = -x$

c) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-3}{3} = 7$

d) $\frac{2x}{5} + 3 = x$

Faça Você

1. Gastei $\frac{1}{3}$ do dinheiro do meu salário e depois gastei $\frac{1}{4}$ do restante ficando com R\$ 120,00 apenas. Meu salário é de:
 - a) R\$ 480,00
 - b) R\$ 420,00
 - c) R\$ 360,00
 - d) R\$ 240,00
 - e) R\$ 200,00
2. Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar $\frac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81 km restantes, a extensão dessa estrada é de:
 - a) 125 km
 - b) 135 km
 - c) 142 km
 - d) 145 km
 - e) 160 km
3. O denominador de uma fração excede o numerador em 3 unidades. Adicionando-se 11 unidades ao denominador, a fração torna-se equivalente a $\frac{3}{4}$. A fração original é:
 - a) $\frac{54}{57}$
 - b) $\frac{30}{33}$
 - c) $\frac{33}{36}$
 - d) $\frac{42}{45}$
 - e) $\frac{18}{21}$

4. Uma pessoa gasta $\frac{1}{4}$ do dinheiro que tem e, em seguida, $\frac{2}{3}$ do que lhe resta, ficando com R\$ 350,00. Quanto tinha inicialmente?
- a) R\$ 400,00
 - b) R\$ 700,00
 - c) R\$ 1400,00
 - d) R\$ 2100,00
 - e) R\$ 2800,00
5. Uma peça de tecido, após a lavagem, perdeu $\frac{1}{10}$ de seu comprimento e este ficou medindo 36 metros. Nestas condições, o comprimento, em m, da peça antes da lavagem era igual a:
- a) 44
 - b) 42
 - c) 40
 - d) 38
 - e) 32
6. Do salário que recebe mensalmente, um operário gasta $\frac{7}{8}$ e guarda o restante, R\$122,00, em caderneta de poupança. O salário mensal desse operário, em reais, é:
- a) R\$ 868,00
 - b) R\$ 976,00
 - c) R\$ 1204,00
 - d) R\$ 1412,00
 - e) R\$ 1500,00
7. O valor de x que é solução da equação $(x/3) - (1/4) = 2(x - 1)$ pertence ao intervalo:
- a)]0, 1]
 - b)]1, 2]
 - c)]2, 3]
 - d)]3, 4]
 - e)]4, 5]

Gabarito: 1. D 2. B 3. D 4. C 5. C 6. B 7. B

